

潮汐共振研究综述*

崔欣梅^{1,2,3,4}, 方国洪^{1,2,3,4*}, 滕飞^{4,5}, 吴頔⁴

(1. 中国科学院南海海洋研究所, 广东 广州 510301; 2. 中国科学院 国家重点热带海洋实验室, 广东 广州 510301;
3. 中国科学院大学, 北京 100049; 4. 国家海洋局 第一海洋研究所, 山东 青岛 266061;
5. 中国海洋大学 海洋环境学院, 山东 青岛 266100)

摘要:对海洋潮汐共振的理论、方法和各海域共振周期的估算进行了综述。对共振的经典理论介绍了阻尼简谐振动、1/4 波长共振和 Helmholtz 共振的基本理论和共振周期的计算公式。对实际海域共振的数值计算方法方面介绍了 Platzman 简正模态方法和 Webb 边值方法的原理。还对这些理论和方法在估计近岸和大洋各海域共振周期中的应用工作做了综合性介绍。在国外海域中, 共振特征最明显的是位于加拿大的芬迪湾。在中国近海, 许多研究认为北部湾较强的全日潮、仁川湾和台湾海峡较强的半日潮均与海湾共振有关, 其中北部湾的共振特征最为明显。

关键词:共振; 1/4 波长共振; Helmholtz 共振器; 共振周期估计

中图分类号: P731.23

文献标识码: A

文章编号: 1671-6647(2015)04-0537-10

共振是自然界普遍存在的现象, 在力学、声学、电磁学、光学、原子物理学等学科及其相关的工程技术问题中都会遇到共振的问题。对于海洋潮汐, 共振现象亦大量存在, 引起海洋学家极大的兴趣, 成为潮汐动力学研究的焦点之一。

依据 Newton 的平衡潮理论, 并考虑地潮效应, 最主要的潮汐分潮 M_2 的振幅最大只能达到 0.17 m, 然而近海许多地点 M_2 的振幅远比它大, 其中最大者可达 5.6 m, 出现在加拿大的芬迪湾, 是平衡潮最大值的 30 多倍, 这种现象显然与海湾的共振有关。

共振导致的大振幅潮汐, 也就消耗了大量潮汐能量, 而消耗的潮汐能量必须由日-地-月系统中动能和势能来提供^[1], 从而导致月球公转的减速和地球自转的减速, 后者又导致日长的变长。全球 M_2 分潮的能量消耗为 2.5 TW, 其中 70%~75% 消耗在浅海中^[2]。在全球所有各浅海海域中, 渤海东海的潮能消耗量位列第四, 若加上南海, 则位列第三。

海洋潮汐的共振研究始于 19 世纪末, 迄今关于这方面的研究仍在持续。本文拟就潮汐共振的基本理论、计算方法及实际应用情况予以介绍。

1 共振的经典理论

1.1 阻尼简谐振动

阻尼简谐振动是力学、电学等学科中遇到的一个最经典的现象, 其中一些最基本的概念在潮汐共振研究

* 收稿日期: 2014-05-06

资助项目: 国家自然科学基金项目——中国近海及邻近海区海洋与地球潮汐相互作用研究(40676009); 青岛市科技计划基础研究项目——渤、黄、东海潮汐潮流预报系统(11-1-4-98-jch); 中央级公益性科研院所基本科研业务费专项——海洋环流建模研究(GY02-2007-31)

作者简介: 崔欣梅(1985-), 女, 山东青岛人, 博士研究生, 主要从事海洋潮汐和海洋数值模拟方面研究. E-mail: cuixinmei@fio.org.cn

* 通讯作者: 方国洪(1939-), 男, 浙江瑞安人, 研究员, 主要从事海洋潮汐、环流和数值建模方面研究. E-mail: fanggh@fio.org.cn

(李 燕 编辑)

中仍被采用,故这里先介绍这方面的基本内容。控制这一过程的基本方程如式(1):

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + 2\beta\frac{d\xi}{dt} + \alpha\xi = \cos \omega t \tag{1}$$

式中,以弹簧振动为例, ξ 代表位移; t 为时间; 2β 为阻尼系数; α 为恢复力系数;右端为强迫力,其振幅已标准化,取为1,角速率为 ω 。上式的通解具有如下形式

$$\xi(t) = A_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A \cos(\omega t + \varphi) \tag{2}$$

式中,右边第一项的振幅 A_1 和初位相 φ_1 由初始条件(即初始位移和速度)确定。这一项是随时间而衰减的振动,当 t 足够大时,可以忽略。式(2)中

$$\begin{cases} \omega_1 = (\omega_0^2 - \beta^2)^{\frac{1}{2}} \\ \omega_0 = \alpha^{\frac{1}{2}} \\ A = [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2]^{-\frac{1}{2}} \\ \varphi = \arctan[-2\beta \omega / (\omega_0^2 - \omega^2)] \end{cases} \tag{3}$$

在阻尼系数 $\beta=0$ 的情况下,当 $\omega=\omega_0$ 时发生共振, ω_0 称为固有角速率,此时 $A \rightarrow \infty$;在 $\beta>0$ 情况下,当 $\omega = \omega_r \equiv (\omega_0^2 - 2\beta^2)^{\frac{1}{2}}$ 时发生共振,此时 $A = A_r \equiv (2\beta\omega_1)^{-1}$, A 称为系统的振幅增益,它与 ω 及 β 的关系如图 1 所示。

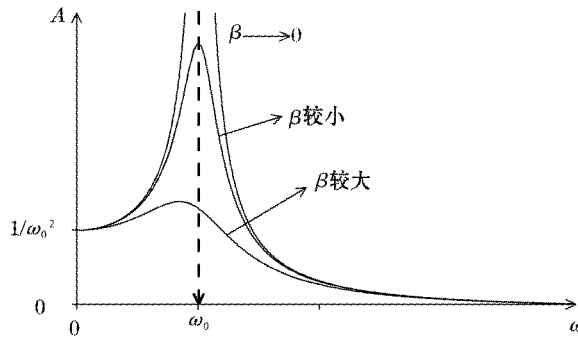


图 1 不同阻尼系数的情况下阻尼谐振振动振幅增益与强迫力角速率的关系

Fig. 1 Amplitude gain versus angular speed for different damping coefficients in simple harmonic oscillation

在弱阻尼情况下,即 $(\beta/\omega_0)^2 \ll 1$, 则 $\omega_r \approx \omega_0, \omega_1 \approx \omega_0, A_r \approx (2\beta\omega_0)^{-1}$ 。此时图 1 中的曲线具有如图 2 的特征。

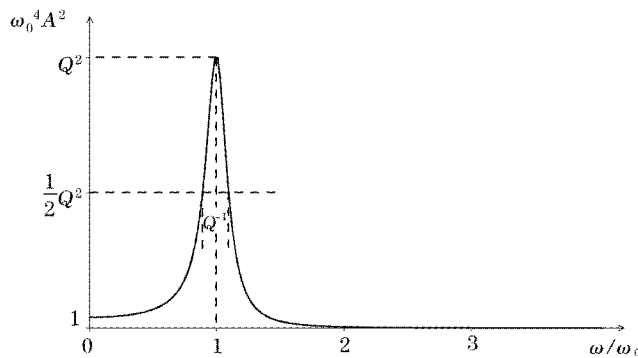


图 2 功率放大因子与强迫力角速率的关系

Fig. 2 Power amplification factor versus angular speed of forcing

在共振理论中,常令

$$Q^{-1} = 2\beta/\omega_0 \tag{4}$$

并称之为质量因子,并且常简称为 Q 因子。当 $Q \gg 1$ (即 $\beta/\omega_1 \ll 1$) 时,共振角速率 $\omega_r \approx \omega_0$, 最大功率放大因子

$\omega_0^4 A_r^2 \approx Q^2$ 。半功率放大因子的角速率宽度称为带宽,它近似等于 Q^{-1} (图 2)^[3]。

在振动和波动研究中,常常采用更方便的复数表示法。例如:

$$A \cos(\omega t + \varphi) = \operatorname{Re}[A e^{i(\omega t + \varphi)}] = \operatorname{Re}(\tilde{A} e^{i\omega t}) \quad (5)$$

式中 Re 代表取实数部分; $\tilde{A} = A e^{i\varphi}$ 为复振幅,它同时包含振幅和位相的信息,并且常常简化成用 A 表示,此时 A 为复变量。这时,式(3)的 A 和 φ 可合并为

$$\tilde{A} = \frac{\omega_0^{-2}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + iQ^{-1} \frac{\omega}{\omega_0}} \quad (6)$$

式(6)的分母常借用电磁学的词汇,称为标准化阻抗,其倒数称为标准化导纳。

1.2 1/4 波长共振

考虑一个半封闭、狭窄、等深的沟渠(图 3)。沟渠的深度为 h (常量),长度为 L 。由于沟渠狭窄,潮高和流速的侧向变化不考虑,地转效应也不予考虑。在这个沟渠中潮波的支配方程得到最大的简化:

$$\begin{cases} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -h \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - ru \end{cases} \quad (7)$$

式中, x 为沿沟渠方向的空间坐标; u 为沿 x 方向的流速; ζ 为相对于未扰动海面的水位; h 为水深; g 为重力加速度; r 为摩擦系数。如果在口门 $x=0$ 处的开边界条件和顶端 $x=L$ 处的闭边界条件分别为

$$\begin{cases} \zeta_{x=0} = \cos \omega t \\ u_{x=L} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

在 $r=0$ 的情况下,方程(7)的解为

$$\begin{cases} \zeta = \frac{\cos k(L-x)}{\cos kL} \cos \omega t \\ u = \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{\sin k(L-x)}{\cos kL} \sin \omega t \end{cases} \quad (9)$$

式中, $k = \omega / \sqrt{gh}$, 为长波波数,它与波长 λ 的关系为 $\lambda = 2\pi/k$; 长波波速为 $c = \sqrt{gh}$ 。

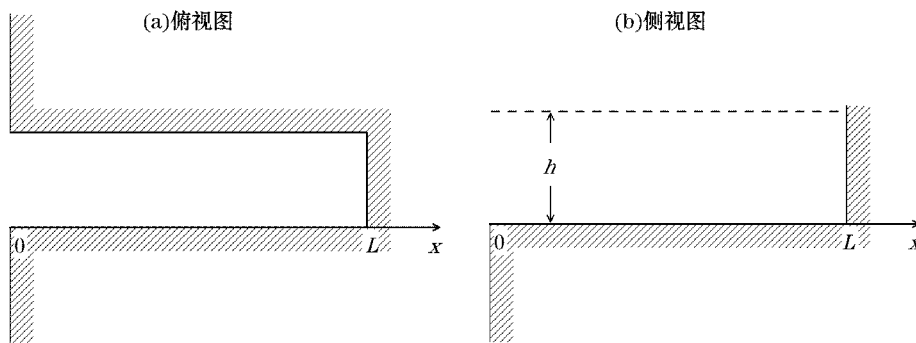


图 3 等深沟渠示意图

Fig. 3 Schematic diagram of a uniform depth channel

由式(9)知,若 $kL = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$, 在沟渠内 ζ 和 u 都趋向无限大,即发生共振。其中 $kL = \frac{\pi}{2}$ 是最低阶的模式,一般最为重要,此时有

$$L = \frac{\pi}{2k} = \frac{1}{4}\lambda \quad (10)$$

故由于 $L = \frac{1}{4}$ 波长而造成的共振称为 1/4 波长共振, 共振周期为

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{4L}{\sqrt{gh}} \quad (11)$$

虽然 1/4 波长共振是指半封闭沟渠或海湾而言的, 但最早是 1828 年 Merian 在研究湖泊共振时导出的^[4], 故式(10)或(11)常称为 Merian 公式。

如果方程(7)中 $r > 0$, 则其解用复数形式比较简洁, 其形式为^[5]

$$\tilde{\zeta} = \frac{\cos k(L-x)}{\cos kL} \quad (12)$$

式中, k 为复数, $k = \frac{\omega}{\sqrt{gh}}(1-i\mu)^{1/2}$, 其中 $\mu = \frac{r}{\omega}$ 。由于 k 为复数, $\cos kL$ 的模不会等于 0, 因此在有摩擦的情况下, 共振时沟渠内潮汐不会趋向无限大。

1.3 Helmholtz 共振

Helmholtz 共振源于 Helmholtz(1885)对声学共振器(共鸣器)的研究, Miles 和 Lee^[6]对港湾的 Helmholtz 共振进行了深入的研究。LeBlond 和 Mysak^[7]对其基本原理作了清晰的阐述。这里我们进一步考虑阻尼效应, 并证明其特征与阻尼简谐振动相同。假设一个内海通过一个沟渠与外海连通, 内海的面积为 S , 沟渠狭窄而等深, 长度为 l , 宽度为 W , 深度为 h (图 4)。

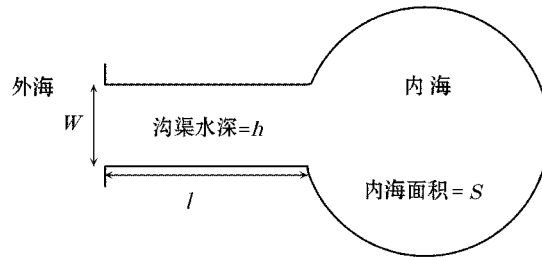


图 4 Helmholtz 共振系统

Fig. 4 Helmholtz resonant system

如果沟渠内流速及内海水位不随地点变化, 分别为 u (指向内海为正)和 ζ_1 , 则由连续方程和运动方程可得

$$\begin{cases} S \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} = Whu \\ \frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\zeta_1 - \zeta_0}{l} - 2\beta u \end{cases} \quad (13)$$

式中, 2β 为摩擦系数; ζ_0 为外海波动, 对其振幅做标准化, 写为

$$\zeta_0 = \cos \omega t \quad (14)$$

将式(13)第二式和式(14)代入式(13)第一式, 可得

$$\frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + \frac{ghW}{lS} \zeta_1 = \frac{ghW}{lS} \cos \omega t \quad (15)$$

比较式(15)与式(1), 两者形式上完全相同, 只是这里的恢复力系数为 $\frac{ghW}{lS}$, 强迫项也增加一个同样的因子。

共振角速率为

$$\omega_r = (\omega_0^2 - 2\beta^2)^{1/2} \quad (16)$$

式中, $\omega_0 = \sqrt{\frac{ghW}{lS}}$, 为无阻尼情况下的共振角速率; 导纳为

$$\tilde{A} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + iQ^{-1} \frac{\omega}{\omega_0}} \quad (17)$$

2 实际海域共振周期的估算方法

经典理论是在把实际海洋极大简化后得出的,它们对于理解实际海域潮汐响应有基础性的指导意义,也可以用于许多海域共振周期的粗略估计。对于实际海域共振周期的更准确估计,必须通过数值方法来计算。这些方法的求解还必须借助电子计算机。目前有关海洋潮汐共振研究还限于二维空间的线性问题,支配方程取作

$$\begin{cases} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \end{cases} \quad (18)$$

式中, (x, y) 为右手正交坐标系; (u, v) 为 (x, y) 方向的流速分量; f 为科氏参量。

2.1 简正模态方法

Platzman^[8]首次提出用数值方法计算实际湖泊和海洋的自由振荡周期及其对应的空间结构,也就是简正模态的周期及其对应的空间结构。数学上就相当于求本征值和本征函数。在海陆边界处和海域开边界处边界条件分别取

$$\begin{cases} hu_n = 0 & \text{海陆边界处} \\ \zeta = 0 & \text{开边界处} \end{cases} \quad (19)$$

式中, u_n 为垂直于海岸的流速分量。在这样的条件下,没有能量通量可以穿过海域的任何边界。如果海域内有一个初始扰动,并且假设不存在阻尼效应,则这个初始扰动的能量将保持不变,但海域内的海面高度将以它的固有周期作自由振荡。令 $(\zeta, u, v) = (\tilde{\zeta}, \tilde{u}, \tilde{v})e^{i\omega t}$, 代入(18)可得

$$\begin{cases} i\omega \tilde{\zeta} = -\frac{\partial(h\tilde{u})}{\partial x} - \frac{\partial(h\tilde{v})}{\partial y} \\ i\omega \tilde{u} = f\tilde{v} - g \frac{\partial \tilde{\zeta}}{\partial x} \\ i\omega \tilde{v} = -f\tilde{u} - g \frac{\partial \tilde{\zeta}}{\partial y} \end{cases} \quad (20)$$

在满足边界条件式(19)(此时 $h\tilde{u}_n = 0, \tilde{\zeta} = 0$)的条件下,式(20)只对特定的 ω 具有非零解,这些 ω 值便是本征角速率,对应的解 $\tilde{\zeta}, \tilde{u}, \tilde{v}$ 即是本征函数,即简正模态。事实上,将方程(20)离散化,可以得到下列形式的线性代数特征(即本征)方程:

$$\det(\mathbf{M} - \omega^2 \mathbf{I})\vec{v} = 0 \quad (21)$$

式中, \det 为行列式; \vec{v} 为由各计算格点 $\tilde{\zeta}, \tilde{u}, \tilde{v}$ 构成的向量; \mathbf{M} 为离散化方程的系数矩阵; \mathbf{I} 为单位矩阵。由式(21)可得特征值 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$, 即本征角速率,及对应的特征向量,即本征函数,其中只有特征向量模数比较大的本征角速率具有实际意义。由于当时计算机功能有限,Platzman^[8-9]设计了复杂的计算方法以减低计算量。

这个方法除了编程复杂外,主要的问题是 $\zeta = 0$ 的开边界应当如何选取有较大的主观性,特别是对于湾口比较大的海湾更是如此。例如,Garrett^[10]在将这个方法应用于缅甸-芬迪湾时就选取了不同的几种开边界,所得的共振周期也不相同。

2.2 边值方法

Webb^[11]提出了一种边值方法,基本方程也采用式(20),但他不去解本征值问题。实际上方程(20)是一个边值问题,把它离散化之后可以得出对应于不同 ω 值的 $(\tilde{\zeta}, \tilde{u}, \tilde{v})$ 解。开边界条件也不必取 $\zeta=0$,而是在离研究海域外海一定距离处取 $\zeta=A\cos\omega t$ (即 $\tilde{\zeta}=A$)。只要取 $\omega=\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$,逐个求解,并选取若干代表性地点,察看 $\tilde{\zeta}$ 随 ω 的变化情况,对应 $\tilde{\zeta}$ 振幅极大值(可以不只有一个)的 ω 便是共振角速率。为了较准确地找出共振角速率, ω_i 的个数必须足够多,它们之间的间隔也必须足够小。

3 实际海域研究回顾

对于实际海域的研究,重点是计算实际海域的共振周期和摩擦耗散的能量,Defant^[1]早在1961年就采用简单的模型计算了一系列实际海域的共振周期。在本节拟分为两部分进行叙述,分别为国外海域研究情况和我国近海研究情况。在国外海域中,共振特征最明显的是芬迪湾,我国近海共振特征较为明显的是北部湾。

3.1 国外海域研究情况

近岸海域的共振特别显著,这方面的研究成果也十分丰富(表1),其中芬迪湾由于存在全球最大的半日分潮,成为半封闭矩形模型的代表。Honda等^[12]及Proudman^[4]认为芬迪湾较强的半日潮与潮波共振有关,即1/4波长共振理论。假设海湾等深,水深为75 m,海湾长度为270 km,根据Merian公式估算芬迪湾的共振周期约为11.06 h。Redfield^[13]和Rao^[14]对此理论存有争议,Rao^[14]计算得到了芬迪湾的共振周期约为9.047 h;Duff^[15]认为缅甸湾和芬迪湾应作为一个共振系统进行研究,不能把二者割裂开来。Garrett^[16]首次根据共振系统内外的各站点水位观测数据,计算了芬迪湾-缅甸湾的共振周期约为13.3 h,质量因子Q约为5。对导纳(式(17))作进一步简化,写成

$$\tilde{A} = \frac{1}{(1 - \frac{\omega}{\omega_0}) - \frac{1}{2}icQ^{-1}} \quad (22)$$

可知,当 $\omega \approx \omega_0$ 时,式(22)是式(17)的近似式。式中, c 系考虑了摩擦的非线性而引入的;前面的负号是由于他采用的 ω 相当于式(17)的 $-\omega$ 。依据Jeffreys^[17]的研究,次要分潮的线性化摩擦系数要大于最主要分潮,更准确和精细的研究见方国洪^[18]及Inoue和Garrett^[19]。Garrett^[16]取 M_2 的 $c=1$,其他分潮 $c=2/3$ 。由实测的 S_2 对 N_2 和 M_2 的相对阻抗可以求得 ω_0 和 Q 。为了进一步验证,Garrett^[10]又根据简正模态方法,建立了数值模式,计算得到共振周期约为12.38~12.98 h。Greenberg^[20]建立非线性方程,采用边值方法建立数值模式,分别统计穿越边界不同分潮的能量,按照能通量最大确定芬迪湾的共振周期,结果为12.5 h;Ku等^[21]考虑了半日潮每18.6 a的调制作用对摩擦的影响,从观测数据,数值模式和理论分析三方面分析,认为芬迪湾的共振周期应该为13.5~13.7 h;Godin^[22,5]对此持有不同看法,同样在考虑半日潮调制作用的情况下,根据观测数据和数值计算的结果分析认为共振周期应在12.5~12.7 h。

与Helmholtz模型相关的实际海域主要是胡安德富卡海峡和乔治亚海峡。Crean等^[23]建立数值模式计算胡安德富卡海峡和乔治亚海峡共振周期约为16 h,认为Helmholtz共振模型更符合该海区情况;Sutherland等^[24]对该海区的计算方法同Garrett^[16]提出的方法比较接近,但也有不同,区别主要是由于该海域共振周期与实际潮汐分潮周期差别较大, $\omega \approx \omega_0$ 不再成立,不能采用式(22),因此他们采用式(12)。在 $\mu \ll 1$ 的条件下,近似有

$$\cos kL \approx \cos(\theta + i\epsilon) \approx \cos \theta - i\epsilon \sin \theta \quad (23)$$

式中, $\theta = \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_0}$, $\epsilon = \frac{1}{2} \mu \theta$,然后计算实测相对导纳与按式(23)计算的相对导纳之差的平方和:

$$\sum_j \sigma_j^2 = \sum_j \left| \frac{A_j e^{i\theta_j}}{A_n e^{i\theta_n}} - \frac{(\cos \theta_j - ic\epsilon_j \sin \theta_j)^{-1}}{(\cos \theta_n - ic\epsilon_n \sin \theta_n)^{-1}} \right|^2 \quad (24)$$

式中, n 表示主要分潮,如可选 M_2 分潮或 K_1 分潮; j 表示分潮 n 以外的其他分潮。采用最小二乘法,给出不同的频率 ω_0 ,使式(24)值最小的 ω_0 便为共振频率。最终通过计算发现,Helmholtz 模型估算的 ω_0 结果与实测数据拟合误差最小,他们认为 Helmholtz 模型的结果更为可信,共振周期约为 17 h, Q 因子约为 2.2。

近些年,关于共振周期的估算仍旧在受到关注。对位于澳大利亚西部的沙克湾,Burling 等^[25]取海湾长度为 142 km, $\sqrt{gh}=12$ m/s,根据式(11)计算共振周期约为 13.14 h。Sammari 等^[26]取加贝斯湾长度为 210 km,水深 36 m,计算共振周期约为 12.42 h。Arbic 等^[27]在研究昂加瓦湾和哈德逊海峡的共振现象时,采用了两种方法:一种是根据 Sutherland 等^[24]提出的方法,由于昂加瓦湾较大,他们考虑了海湾中的潮汐对大洋中潮汐的作用;另一种是根据简正模态方法建立数值模型进行估算,最终认为昂加瓦湾-哈德逊海峡系统的共振周期约为 12.7 h。Cummins 等^[28]认为哈德逊海峡的共振情况与半波长共振较为接近,考虑了昂加瓦湾和科氏力的影响,最终估算共振周期约为 9.5~10.5 h。Roos 等^[29]采用泰勒问题解计算了北海的共振周期,在 x 方向上将北海分成了 12 个矩形结构,各部分水深不同,宽度不同,每个矩形均满足潮波支配方程,根据边界条件对方程进行求解,分析湾顶振幅随着频率的变化曲线,研究了 Kelvin 型和 Poincare 型共振。Wijeratne 等^[30]研究了位于澳大利亚东南部的巴士海峡共振问题,认为该海峡为半波长共振,跟台湾海峡的情况相近^[31]。取海峡长度为 550 km,平均水深为 60 m,得到共振周期为 12.6 h 左右。Webb^[11,32]基于边值方法建立数值模型,研究了多个海域的响应情况。

除了对海峡、海湾、边缘海等共振现象的研究,前人对深海大洋也做了相关研究。北大西洋由于其半日分潮显著而受到特别的关注。Platzman^[9]计算所得的北大西洋共振周期在 12.8~14.4 h。Garrett 和 Greenberg^[33]计算得到的共振周期为 12.8 h。Kowalik^[36]也认为在大西洋存在半日分潮的共振。Heath^[34]根据 Cartwright 等^[35]计算的北大西洋各分潮情况,判断在北大西洋是以半日潮为主,采用响应函数方法,单模态情况下,计算了北大西洋共振周期,约为 12.6~12.8 h。Heath^[34]对太平洋则采用单模态和双模态两种方法计算,得到共振周期分别为 10.2 和 12.8 h。近年来,Müller^[37]考虑了负荷效应,研究了全球海洋的自由振荡周期。Arbic 等^[38]考虑了近岸潮汐对大洋潮汐的作用,研究了各大洋的共振情况。

表 1 近岸海域共振的部分相关研究

Table 1 Selected studies on tidal resonance in coastal waters

研究者	海 域	模 型	研究方法
Garrett ^[16]	芬迪湾—缅因湾	半封闭矩形模型	理论分析
Greenberg ^[20]	芬迪湾—缅因湾	—	数值计算
Buchwald ^[39]	巴塔哥尼亚海峡	半封闭矩形模型	理论分析
Godin ^[5]	加利福尼亚湾	半封闭矩形模型	理论分析
Foreman 等 ^[40]	不列颠哥伦比亚省北部海岸	—	数值计算
Burling 等 ^[25]	沙克湾	半封闭矩形模型	理论分析
Sutherland 等 ^[24]	胡安德富卡海峡—乔治亚海峡	亥姆霍兹模型	理论模型
Sammari 等 ^[26]	加贝斯湾	半封闭矩形模型	理论分析
Arbic 等 ^[27]	昂加瓦湾—哈德逊海峡	半封闭矩形模型	理论分析
Cummins 等 ^[28]	哈德逊海峡	港湾与海峡连接模型	理论分析
Roos 等 ^[29]	北海	由多个封闭与不封闭矩形构成的模型	理论分析
Webb ^[11]	卡奔塔利亚湾—阿拉弗拉海	—	数值计算
Wijeratne 等 ^[30]	巴斯海峡	模型同台湾海峡一致 ^[31]	理论分析
Webb ^[32]	爱尔兰海—英吉利海峡	—	数值计算

注:“—”表示无数据

3.2 中国近海研究情况

在中国近海,许多研究认为一些海区的较大分潮是由海湾的共振引起的。1964年郑文振、方国洪认为北部湾较大的全日潮是由于共振造成的,取海湾长度500 km,平均水深37.8 m,计算得出的共振周期约为28.9 h^[41];Fang等^[42]取海湾长度500 km,平均水深50 m,计算得到的北部湾共振周期约为25.1 h。

An^[43]认为仁川湾的较强的半日潮也是由共振造成的,当海湾长度与平均水深分别为100 km,10 m时,计算得到的共振周期约为10 h,而Choi^[44]则认为在没有科氏力的情况下,不会产生共振^[45]。

Lin等^[31]认为台湾海峡较强的半日潮也是由共振造成的,将台湾海峡作为陆架,陆架两侧的大洋深度为5 000 m,陆架长628 km,陆架平均水深80 m,认为当陆架长度为入射波 M_2 分潮波长的一半时,会产生共振。

Yanagi和Taka^[46]曾采用1/4波长共振模型于南海,取湾长2 500 km,平均水深1 500 m,得到的南海共振周期约为22.9 h。但他们认为这个结果并不可靠,又采用数值模型进行了实验,得到南海的固有振动周期为19.2 h。Zu等^[47]认为整个南海是一个Helmholtz共振器,在半日潮带上共振周期约为24.8 h,但是

他们的计算不正确。Helmholtz模型的共振周期为 $\omega_0 = \sqrt{\frac{ghW}{lS}}$,他们错将吕宋海峡的宽度当做了海峡的长度 l 计算。由此可见,Helmholtz共振并不适用于南海。

4 结 语

海洋潮汐的共振理论基础同阻尼简谐振动基本一致。对于实际海域共振周期的计算,理论方面主要基于1/4波长和Helmholtz模型共振;数值计算方面主要有简正模态方法和边值方法。对于世界各海域共振方面的研究主要基于这几种方法。在国外海域中,共振特征最明显的是位于加拿大的芬迪湾,较多理论和数值方面的研究都集中于芬迪湾。同时,前人对世界各大洋的共振周期也做了较多的研究。中国近海共振特征较明显的是北部湾,相关研究也较多。

参考文献(References):

- [1] DEFANT A. Physical oceanography[M]. Oxford: Pergamon Press, 1961.
- [2] EGBERT G D, RAY R D. Estimates of M_2 tidal energy dissipation from TOPEX/Poseidon altimeter data[J]. Journal of Geophysical Research, 2001, 106(C10): 22475-22502.
- [3] MILES J, MUNK W. Harbor paradox[J]. Journal of the Waterways and Harbors Division, ASCE, 1961, 87(3): 111-130.
- [4] PROUDMAN J. Dynamical Oceanography[M]. London: Methuen, 1953.
- [5] GODIN G. On tidal resonance[J]. Continental Shelf Research, 1993, 13(1): 89-107.
- [6] MILES J W, LEE Y K. Helmholtz resonance of harbours[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1975, 67(3): 445-464.
- [7] LEBLOND P H, MYSAK L A. Waves in the Ocean[M]. Netherland: Elsevier, 1978.
- [8] PLATZMAN G W. Two-dimensional free oscillations in natural basins[J]. Journal of Physical Oceanography, 1972, 2(2): 117-138.
- [9] PLATZMAN G W. Normal modes of the Atlantic and Indian Oceans[J]. Journal of Physical Oceanography, 1975, 5(2): 201-221.
- [10] GARRETT C. Normal modes of the Bay of Fundy and Gulf of Maine[J]. Canadian Journal of Earth Sciences, 1974, 11(4): 549-556.
- [11] WEBB D J. On the shelf resonances of the Gulf of Carpentaria and the Arafura Sea[J]. Ocean Science Discussions, 2012, 8(5): 733-750.
- [12] HONDA K, TERADA T, ISITANI D. On the secondary undulations of oceanic tides[J]. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 1908, 15(85): 88-126.
- [13] REDFIELD A C. The analysis of tidal phenomena in narrow embayments[J]. Papers in Physical Oceanography and Meteorology, 1950, 11(4).
- [14] RAO D B. Natural oscillations of the Bay of Fundy[J]. Journal of the Fisheries Board of Canada, 1968, 25(6): 1097-1114.
- [15] DUFF G F D. Tidal resonance and tidal barriers in the Bay of Fundy system[J]. Journal of the Fisheries Board of Canada, 1970, 27(10): 1701-1728.

- [16] GARRETT C. Tidal resonance in the Bay of Fundy and Gulf of Maine[J]. *Nature*, 1972, 238: 441-443.
- [17] JEFFREYS H. *The Earth*[M]. Cambridge University Press, 1970.
- [18] FANG G. Nonlinear effects of tidal friction (I)[J]. *Oceanologia et Limnologia Sinica*, 1980, 11(2): 98-108. 方国洪,潮汐摩擦的非线性效应(I)[J]. *海洋与湖沼*, 1980, 11(2): 99-108.
- [19] INOUE R, GARRETT C. Fourier Representation of Quadratic Friction[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2007, 37(3): 593-610.
- [20] GREENBERG D A. A numerical model investigation of tidal phenomena in the Bay of Fundy and Gulf of Maine[J]. *Marine Geodesy*, 1979, 2(2): 161-187.
- [21] KU L F, GREENBERG D A, GARRETT C J R, et al. Nodal modulation of the lunar semidiurnal tide in the Bay of Fundy and Gulf of Maine[J]. *Science*, 1985, 230(4721): 69-71.
- [22] GODIN G. The resonant period of the Bay of Fundy[J]. *Continental Shelf Research*, 1988, 8(8): 1005-1010.
- [23] CREAN P B, MURTY T S, STRONACH J A. Mathematical modelling of tides and estuarine circulation: The coastal seas of southern British Columbia and Washington state[M]. American Geophysical Union, 1988.
- [24] SUTHERLAND G, GARRETT C, FOREMAN M. Tidal resonance in Juan de Fuca Strait and the Strait of Georgia[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2005, 35(7): 1279-1286.
- [25] BURLING M C, PATTIARATCHI C B, IVEY G N. The tidal regime of Shark Bay, Western Australia[J]. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 2003, 57(5): 725-735.
- [26] SAMMARI C, KOUTITONSKY V G, MOUSSA M. Sea level variability and tidal resonance in the Gulf of Gabes, Tunisia[J]. *Continental Shelf Research*, 2006, 26(3): 338-350.
- [27] ARBIC B K, ST-LAURENT P, SUTHERLAND G, et al. On the resonance and influence of the tides in Ungava Bay and Hudson Strait [J]. *Geophysical Research Letters*, 2007, 34(17).
- [28] CUMMINS P F, KARSTEN R H, ARBIC B K. The semi-diurnal tide in Hudson strait as a resonant channel oscillation[J]. *Atmosphere-ocean*, 2010, 48(3): 163-176.
- [29] ROOS P C, VELEMA J J, HULSCHER S J, et al. An idealized model of tidal dynamics in the North Sea: resonance properties and response to large-scale changes[J]. *Ocean dynamics*, 2011, 61(12): 2019-2035.
- [30] WIJERATNE E M S, PATTIARATCHI C B, ELIOT M, et al. Tidal characteristics in Bass Strait, south-east Australia[J]. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 2012, 114: 156-165.
- [31] LIN M C, JUANG W J, TSAY T K. Anomalous amplifications of semidiurnal tides along the western coast of Taiwan[J]. *Ocean Engineering*, 2001, 28(9): 1171-1198.
- [32] WEBB D J. On the shelf resonances of the English Channel and Irish Sea[J]. *Ocean Science Discussions*, 2013, 9: 731-744.
- [33] GARRETT C, GREENBERG D. Predicting changes in tidal regime: The open boundary problem[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1977, 7(2): 171-181.
- [34] HEATH R A. Estimates of the resonant period and Q in the semi-diurnal tidal band in the North Atlantic and Pacific Oceans[J]. *Deep Sea Research Part A. Oceanographic Research Papers*, 1981, 28(5): 481-493.
- [35] CARWRIGHT D E, ZETLER B D and HAMON B V. Pelagic tidal constants[J]. *International Association for the Physical Sciences of the Ocean*, 1979, 30: 65.
- [36] KOWALIK Z. A note on the co-oscillating M_2 -tide in the Arctic Ocean[J]. *Deutsche Hydrografische Zeitschrift*, 1979, 32(3): 100-112.
- [37] MÜLLER M. The free oscillations of the world ocean in the period range 8 to 165 hours including the full loading effect[J]. *Geophysical Research Letters*, 2007, 34(5).
- [38] ARBIC B K, KARSTEN R H, GARRETT C. On tidal resonance in the global ocean and the back-effect of coastal tides upon open-ocean tides[J]. *Atmosphere-Ocean*, 2009, 47(4): 239-266.
- [39] BUCHWALD V T. Resonance of Poincaré waves on a continental shelf[J]. *Marine and Freshwater Research*, 1980, 31(4): 451-457.
- [40] FOREMAN M G G, HENRY R F, WALTERS R A, et al. A finite element model for tides and resonance along the north coast of British Columbia[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans (1978-2012)*, 1993, 98(C2): 2509-2531.
- [41] CAO D, FANG G. A numerical model of the tides and tidal currents in Beibu Bay[J]. *Oceanologia et Limnologia Sinica*, 1990, 21(2): 105-113. 曹德明,方国洪. 北部湾潮汐和潮流的数值模拟[J]. *海洋与湖沼*, 1990, 21(2): 105-113.
- [42] FANG G, KWOK Y K, YU K, et al. Numerical simulation of principal tidal constituents in the South China Sea, Gulf of Tonkin and Gulf of Thailand[J]. *Continental shelf Research*, 1999, 19: 845-869.
- [43] AN S A. A Numerical experiment of the M_2 tide in the Yellow Sea[J]. *Journal of Oceanography*, 1977, 33: 103-110.
- [44] CHOI B H. A tidal model of the Yellow Sea and the Eastern China Sea[M]. Korea Ocean Research and Development Institute, 1980.
- [45] YANAGI T, INOUE K. Tide and tidal current in the Yellow/East China Sea[J]. *La Mer*, 1994, 32: 153-165.

- [46] YANAGI T, TAKAO T. A numerical simulation of tides and tidal currents in the South China Sea[J]. *Acta Oceanographica Taiwanica*, 1998, 37: 17-30.
- [47] ZU T, GAN J, EROFEEVA S Y. Numerical study of the tide and tidal dynamics in the South China Sea[J]. *Deep Sea Research*, 2008, 55: 137-154.

A Review on Studies of Tidal Resonance

CUI Xin-mei^{1,2,3,4}, FANG Guo-hong^{1,2,3,4}, TENG Fei^{4,5}, WU Di⁴

- (1. *South China Sea Institute of Oceanology, Chinese Academy of Sciences, Guangzhou 510301, China;*
2. *State Key Laboratory of Tropical Oceanography, University of Chinese Academy of Sciences, Guangzhou, 510301, China;* 3. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;*
4. *The First Institute of Oceanography, State Oceanic Administration, Qingdao 266061, China;*
5. *Ocean University of China, Qingdao, 266100, China*)

Abstract: Theories and methods of tidal resonance and their applications to estimation of resonant periods in various oceanic areas are reviewed. As for classical resonance theories, damping simple harmonic oscillation, quarter-wavelength resonance, and Helmholtz resonance are first introduced; as for practical numerical methods, Platzman's normal mode and Webb's boundary value solution are then discussed. Previous works on applications of these theories and numerical methods on estimation of resonant periods of coastal seas and open oceans are summarized. In global coastal waters, tidal resonance is most significant in the Bay of Fundy of Canada. In the China Seas, strongdiurnal tide in the Beibu Gulf and strongsemi-diurnal tide in the Gyeonggi Bay and the Taiwan Strait are all related to tidal resonance, and the resonance in the Beibu Gulf is strongest.

Key words: resonance; quarter-wavelength resonance; Helmholtz resonator; resonant period estimation

Received: May 6, 2014